

CRITÉRIO DE SELEÇÃO DE MODOS COMPLEXOS APLICADO A UM MÉTODO DE SÍNTESE MODAL GENERALIZADO – PARTE II : ENSAIO EXPERIMENTAL

Cleudmar A. de Araújo

Universidade Federal de Uberlândia, Departamento de Engenharia Mecânica
Cx. P. 593 - 38400-089 - Uberlândia, MG, Brasil

Paulo R. G. Kurka

Universidade Estadual de Campinas, Departamento de Projeto Mecânico
Cx. P. 6122 - 13083-970 - Campinas, SP, Brasil

Resumo. *Nos métodos de síntese modal, a indicação quantitativa e qualitativa dos modos das subestruturas que ficarão dentro da faixa de análise, tem um papel importante na precisão da identificação. Como esta indicação é feita arbitrariamente pelo usuário, o que pode ocorrer é uma escolha de modos inadequados de uma subestrutura. Em um trabalho anterior, os autores desenvolveram uma técnica de síntese modal generalizada aplicada a sistemas não conservativos, utilizando o superconjunto modal de flexibilidade residual. A técnica é indicada para a análise experimental e utiliza um processo otimizado de remontagem das subestruturas. Foi também proposto um critério de eliminação de modos complexos com a finalidade de selecionar automaticamente uma base modal adequada para o processo de síntese. Estas técnicas foram, inicialmente, avaliadas através de um modelo numérico. Neste trabalho, todas as metodologias implementadas anteriormente serão descritas resumidamente e as técnicas serão avaliadas através da análise de um modelo experimental, composto de elementos estruturais do tipo perfil U, que simula, em escala reduzida, um modelo esquemático de uma asa de avião com um tanque de combustível fixado em sua extremidade.*

Palavras-chave: *Síntese modal, Superconjunto modal, Flexibilidade residual, Identificação, Análise experimental.*

1. INTRODUÇÃO

As características dinâmicas de uma estrutura podem ser obtidas através de técnicas de modelagem de sistemas que utilizam dados experimentais ou dados analíticos. Uma vez que o modelo foi obtido, diferentes aplicações podem ser estudadas, como por exemplo, mudanças no projeto, acoplamento de uma estrutura em outra visando determinar o comportamento dinâmico global e a análise da resposta do sistema a uma excitação externa.

A técnica de síntese modal é indicada para a análise de estruturas grandes ou complexas, pois além de reduzir a ordem da equação de movimento do sistema, utiliza subestruturas completamente independentes, devido ao seu princípio de modularidade. Nesta metodologia, o sistema completo é subdividido em diferentes componentes, cujas bases modais reduzidas são agrupadas e sintetizadas com a finalidade de obter os seus parâmetros dinâmicos. Desde o trabalho original de Hurty (1965) que introduziu a técnica de síntese dos modos dos componentes, diferentes métodos de subestruturação têm sido publicados na literatura, como por exemplo, (Macneal, 1971), (Rubin, 1975), (Arruda e Santos, 1993). Na aplicação desta técnica, geralmente, assume-se que os sistemas não são amortecidos ou possuem amortecimento proporcional. Para sistemas com amortecimento geral, a solução das equações é obtida descrevendo o sistema em forma de equações de estado de primeira ordem. Dentre os trabalhos publicados que utilizam uma base modal complexa destacam-se, (Hasselmann e

Kaplan, 1974), (Glasgow e Nelson, 1980), (Craig e Chung,1981), (Martin e Ghilaim,1984). O superconjunto modal de flexibilidade residual é um dos conjuntos modais mais indicados para a técnica de síntese modal experimental, Craig (1987), Duarte (1994), (Araújo e Kurka, 1995 e 1998).

O presente trabalho descreve, resumidamente, o método generalizado de síntese modal (Araújo,1998) aplicado em sistemas com amortecimento geral e o critério para seleção automática de modos. O processo é validado através da análise de um modelo experimental, simulado por duas subestruturas, que representa em escala reduzida um modelo esquemático de uma asa de avião com um tanque de combustível conectado em sua extremidade. Os parâmetros modais experimentais são identificados a partir das funções de resposta em frequência medidas e utilizadas para ajustar os modelos analíticos de elementos finitos da estrutura completa e subestruturas. A técnica de síntese modal proposta é aplicada utilizando as bases modais dos modelos analíticos das subestruturas e o critério de eliminação automática de modos.

2. MÉTODO DE SÍNTESE MODAL

A forma de forçar o acoplamento entre as subestruturas e o tipo de base modal utilizada são os parâmetros mais importantes na técnica de síntese modal. Para sistemas com amortecimento geral, as equações de movimento das subestruturas são transformadas em equações de estado de primeira ordem e o superconjunto modal de flexibilidade residual é utilizado para transformar as coordenadas físicas em coordenadas modais. Na técnica proposta, a síntese inicial é feita, numa primeira etapa, através de duas subestruturas conectadas. Se a estrutura real que está sendo analisada for composta de três ou mais subestruturas, as duas subestruturas inicialmente analisadas são remontadas como uma nova subestrutura hipotética. Esta subestrutura hipotética estará, naturalmente, conectada a uma terceira subestrutura. Este processo acumulativo de remontagem de subestruturas segue, até que, todas as subestruturas sejam conectadas de maneira a formar a estrutura completa. A vantagem deste procedimento é que as matrizes globais finais que são utilizadas na solução do autoproblema são sempre calculadas para duas subestruturas atualmente conectadas, independente do número de subestruturas que compõe a estrutura completa. Para a aplicação da técnica de síntese modal proposta, suponha que dois componentes (a) e (b) sejam ligados por uma interface comum, para formarem uma estrutura global, como mostrado na “Fig. 1”. Estas subestruturas são discretizadas utilizando coordenadas físicas internas (u_i) e de contorno (u_b).

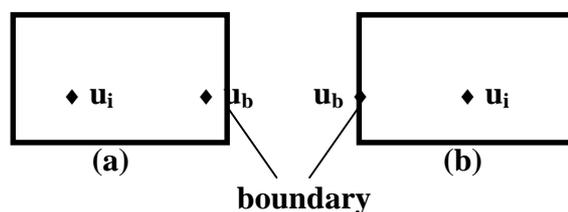


Figura 1 - Subestruturas (a) e (b) discretizadas e interligadas por uma interface comum.

A equação de movimento de uma subestrutura supondo amortecimento geral pode ser definida por:

$$\begin{bmatrix} m_{ii} & m_{ib} \\ m_{bi} & m_{bb} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \ddot{u}_i \\ \ddot{u}_b \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} c_{ii} & c_{ib} \\ c_{bi} & c_{bb} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{u}_i \\ \dot{u}_b \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} k_{ii} & k_{ib} \\ k_{bi} & k_{bb} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} u_i \\ u_b \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0_i \\ f_b \end{Bmatrix} \quad (1)$$

$$\text{Ou de forma genérica:} \quad M \ddot{u} + C \dot{u} + K u = f \quad (2)$$

A forma mais conveniente de solução da “Eq. (2)” é utilizar a formulação de estado (Santos, 1993), ou seja, transformá-la em um sistema de 2n equações diferenciais de primeira ordem, ou seja:

$$A \dot{v} + B v = P \quad (3)$$

As matrizes de estado (A) e (B), são definidas por:

$$A = \begin{bmatrix} C & M \\ M & 0 \end{bmatrix} ; B = \begin{bmatrix} K & 0 \\ 0 & -M \end{bmatrix} ; v = \begin{Bmatrix} u \\ \dot{u} \end{Bmatrix} ; P = \begin{Bmatrix} f \\ 0 \end{Bmatrix} \quad (4)$$

Os modos de flexibilidade residual são obtidos a partir dos modos flexíveis não selecionados (θ_{fu}), ponderados através de forças unitárias (f_b) no contorno, da seguinte forma:

$$\delta_r = \theta_{fu} A_{fu}^{-1} \theta_{fu}^t f_b = \theta_{fu} A_{fu}^{-1} \theta_{fub}^t \quad (5)$$

A solução homogênea da “Eq. (3)” fornece os autovalores e os autovetores complexos do sistema físico. As coordenadas físicas (v) são substituídas pelas coordenadas modais (η) através da seguinte transformação linear:

$$v = \begin{bmatrix} \hat{\delta}_{ri} & \hat{\theta}_{fki} \\ \hat{\delta}_{rb} & \hat{\theta}_{fkb} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \eta_r \\ \eta_k \end{Bmatrix} = \hat{\Psi} \eta \quad (6)$$

Finalmente, a equação de movimento de cada componente em termos das coordenadas modais pode ser obtida como:

$$\hat{\beta} \ddot{\eta} + \hat{\alpha} \eta = \hat{\Psi}^t P ; \hat{\beta} = \hat{\Psi}^t A \hat{\Psi} = \begin{bmatrix} \hat{\beta}_{rr} & 0 \\ 0 & I_{kk} \end{bmatrix} ; \hat{\alpha} = \hat{\Psi}^t B \hat{\Psi} = \begin{bmatrix} \hat{\alpha}_{rr} & 0 \\ 0 & \hat{\Lambda}_{kk} \end{bmatrix} \quad (7)$$

A equação de movimento para as duas subestruturas conectadas é uma extensão da “Eq. (7)”, sendo definida por:

$$\hat{\Delta} \dot{\bar{\eta}} + \hat{F} \bar{\eta} = \bar{E}^t \bar{P} \quad (8)$$

$$\text{Onde;} \quad \bar{P} = [0^a \quad f_b^a \quad 0^b \quad f_b^b]^t ; \quad \bar{\eta} = [\eta_r^a \quad \eta_r^b \quad \eta_k^a \quad \eta_k^b]^t$$

$$\hat{\Delta} = \begin{bmatrix} \hat{\beta}_{rr}^a & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \hat{\beta}_{rr}^b & 0 & 0 \\ 0 & 0 & I_{kk}^a & 0 \\ 0 & 0 & 0 & I_{kk}^b \end{bmatrix} ; \hat{F} = \begin{bmatrix} \hat{\alpha}_{rr}^a & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \hat{\alpha}_{rr}^b & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \hat{\Lambda}_{kk}^a & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \hat{\Lambda}_{kk}^b \end{bmatrix} ; \bar{E} = \begin{bmatrix} \hat{\delta}_{ri}^a & 0 & \hat{\theta}_{fki}^a & 0 \\ \hat{\delta}_{rb}^a & 0 & \hat{\theta}_{fkb}^a & 0 \\ 0 & \hat{\delta}_{ri}^b & 0 & \hat{\theta}_{fki}^b \\ 0 & \hat{\delta}_{rb}^b & 0 & \hat{\theta}_{fkb}^b \end{bmatrix}$$

As equações de compatibilidade entre as subestruturas podem ser obtidas aplicando-se uma condição “pseudo-estática” (Craig, 1981) nas equações de movimento do sistema:

$$\begin{cases} \mathbf{u}_b^a - \mathbf{u}_b^b = 0 \\ \boldsymbol{\eta}_r^a - \boldsymbol{\eta}_r^b = 0 \end{cases} \quad (9)$$

Com isso, a matriz de compatibilidade ($\bar{\mathbf{R}}$) pode ser dividida em parcelas de coordenadas dependentes (\mathbf{C}_{db}) e coordenadas independentes (\mathbf{C}_{ik}), da seguinte forma:

$$\bar{\mathbf{R}} \bar{\boldsymbol{\eta}} = \begin{bmatrix} \hat{\boldsymbol{\delta}}_{rb}^a & -\hat{\boldsymbol{\delta}}_{rb}^b & \hat{\boldsymbol{\theta}}_{fkb}^a & -\hat{\boldsymbol{\theta}}_{fkb}^b \\ \mathbf{I}^a & \mathbf{I}^b & 0 & 0 \end{bmatrix} \bar{\boldsymbol{\eta}} = [\mathbf{C}_{db} \quad \mathbf{C}_{ik}] \bar{\boldsymbol{\eta}} = 0 \quad (10)$$

As coordenadas modais ($\bar{\boldsymbol{\eta}}$) são definidas na “Eq. (8)”. As parcelas de coordenadas modais mantidas são utilizadas para efetuar uma nova transformação linear no sistema, sendo que a matriz de conectividade geral ($\bar{\mathbf{S}}$) é dada por:

$$\bar{\mathbf{S}} = \begin{bmatrix} -\mathbf{C}_{db}^{-1} & \mathbf{C}_{ik} \\ & \mathbf{I}_{kk} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\mathbf{D} \hat{\boldsymbol{\theta}}_{fkb}^a & \mathbf{D} \hat{\boldsymbol{\theta}}_{fkb}^b \\ \mathbf{D} \hat{\boldsymbol{\theta}}_{fkb}^a & -\mathbf{D} \hat{\boldsymbol{\theta}}_{fkb}^b \\ \mathbf{I}_{kk}^a & 0 \\ 0 & \mathbf{I}_{kk}^b \end{bmatrix} \text{ sendo } \mathbf{D} = (\hat{\boldsymbol{\delta}}_{rb}^a + \hat{\boldsymbol{\delta}}_{rb}^b)^{-1} \quad (11)$$

Finalmente, a equação homogênea global de movimento do sistema é dada por:

$$\hat{\mathbf{M}} \ddot{\hat{\mathbf{p}}} + \hat{\mathbf{K}} \hat{\mathbf{p}} = 0 \quad \text{Onde; } \hat{\mathbf{M}} = \bar{\mathbf{S}}^t \hat{\Delta} \bar{\mathbf{S}} = \begin{bmatrix} \mathbf{I}_{kk}^a + \hat{\boldsymbol{\theta}}_{fkb}^{a^t} \hat{\mathbf{V}} \hat{\boldsymbol{\theta}}_{fkb}^a & -\hat{\boldsymbol{\theta}}_{fkb}^{a^t} \hat{\mathbf{V}} \hat{\boldsymbol{\theta}}_{fkb}^b \\ -\hat{\boldsymbol{\theta}}_{fkb}^{b^t} \hat{\mathbf{V}} \hat{\boldsymbol{\theta}}_{fkb}^a & \mathbf{I}_{kk}^b + \hat{\boldsymbol{\theta}}_{fkb}^{b^t} \hat{\mathbf{V}} \hat{\boldsymbol{\theta}}_{fkb}^b \end{bmatrix} \quad (12)$$

$$\hat{\mathbf{V}} = \mathbf{D}^t (\hat{\boldsymbol{\beta}}_{rr}^a + \hat{\boldsymbol{\beta}}_{rr}^b) \mathbf{D} \text{ e } \hat{\mathbf{K}} = \bar{\mathbf{S}}^t \hat{\mathbf{F}} \bar{\mathbf{S}} = \begin{bmatrix} \hat{\boldsymbol{\Lambda}}_{kk}^a + \hat{\boldsymbol{\theta}}_{fkb}^{a^t} \mathbf{D} \hat{\boldsymbol{\theta}}_{fkb}^a & -\hat{\boldsymbol{\theta}}_{fkb}^{a^t} \mathbf{D} \hat{\boldsymbol{\theta}}_{fkb}^b \\ -\hat{\boldsymbol{\theta}}_{fkb}^{b^t} \mathbf{D} \hat{\boldsymbol{\theta}}_{fkb}^a & \hat{\boldsymbol{\Lambda}}_{kk}^b + \hat{\boldsymbol{\theta}}_{fkb}^{b^t} \mathbf{D} \hat{\boldsymbol{\theta}}_{fkb}^b \end{bmatrix}$$

A “Equação(12)”, representa a equação de movimento sintetizada do sistema completo e a sua solução fornece os autovalores e autovetores complexos.

3. CRITÉRIO DE ELIMINAÇÃO DE MODOS COMPLEXOS

Nos processos de síntese modal que utilizam o superconjunto modal de flexibilidade residual, o usuário define, aleatoriamente, quais modos deseja retirar da base modal. Estes modos não selecionados vão ser utilizados para definir os modos de flexibilidade residual. Neste caso, mesmo mantendo-se um número suficiente de modos na base, corre-se o risco de selecionar modos que seriam de baixa sensibilidade para a identificação dinâmica do sistema original. Visando automatizar este processo, foi definido um critério de eliminação de modos através da suposição de que as parcelas internas de energia dos modos selecionados são as principais responsáveis pelo movimento de vibração do sistema completo, já que as parcelas relativas do contorno ficarão naturalmente sujeitas às condições impostas pelo acoplamento. Os graus de liberdade do interior de cada subestrutura, por sua vez, tendem a sofrer estes efeitos apenas de forma indireta. O peso dos modos individuais de cada subestrutura (ε^m), é definido através da norma L_2 (Kreyszig, 1993), como:

$$\varepsilon^m = \frac{\left\| \left(\theta_{fb}^{-1} \right)^t \right\|_2}{\left\| \left(\theta_{fi}^{-1} \right)^t \right\|_2} = \frac{\sqrt{\left| \theta_{1j}^{-1} \right|^2 + \left| \theta_{2j}^{-1} \right|^2 + \dots + \left| \theta_{fj}^{-1} \right|^2}}{\sqrt{\left| \theta_{1j}^{-1} \right|^2 + \left| \theta_{2j}^{-1} \right|^2 + \dots + \left| \theta_{fj}^{-1} \right|^2}} \quad (13)$$

No entanto, como o movimento resultante da estrutura completa é devido ao acoplamento mútuo entre os vários modos das subestruturas conectadas, mesmo que um modo isolado de uma subestrutura possua uma influência pequena no contorno, quando este modo for, naturalmente, associado com os outros modos da outra subestrutura conectada, esta vinculação pode acarretar em um aumento do nível de energia de deflexão do contorno. Esta influência foi medida levando-se em conta um outro peso que fornece um índice de qualidade modal final. Considerando, inicialmente, duas subestruturas conectadas, o peso final de cada modo é definido através de um somatório mútuo entre os vários pesos modais de cada subestrutura conectada. Estes pesos modais individuais são obtidos pela “Eq. (18)”. Por exemplo, para duas subestruturas (a e b) conectadas, a influência dos modos da subestrutura (b) sobre um j-ésimo modo da subestrutura (a) (Z^x), supondo o movimento na direção x, é definida pela diferença em módulo dos pesos modais individuais:

$$Z^x_{(n \times m)} = \begin{bmatrix} \left| \varepsilon_x^1 - \varepsilon_x^1 \right| & \left| \varepsilon_x^2 - \varepsilon_x^1 \right| & \dots & \left| \varepsilon_x^m - \varepsilon_x^1 \right| \\ \left| \varepsilon_x^1 - \varepsilon_x^2 \right| & & & \vdots \\ \vdots & & & \vdots \\ \left| \varepsilon_x^1 - \varepsilon_x^n \right| & \dots & \dots & \left| \varepsilon_x^m - \varepsilon_x^n \right| \end{bmatrix} \quad (14)$$

Na “Eq. (14)”, (m) indica o número de modos da subestrutura (a) e (n) indica o número de modos da subestrutura (b). Os valores de (ε) para cada direção específica são determinados pela “Eq. (13)”. O somatório dos termos de cada coluna da matriz (Z^x) fornece uma ponderação inicial, na direção (x), sobre a combinação de um modo específico da subestrutura (a) com os outros modos da outra subestrutura (b) conectada. Este resultado pode ser obtido de maneira similar para as outras direções (y e z). Então para um j-ésimo modo da subestrutura (a), tem-se que:

$$N_x^j = \sum_{i=1}^n Z^x_{ji} ; N_y^j = \sum_{i=1}^n Z^y_{ji} ; N_z^j = \sum_{i=1}^n Z^z_{ji} \quad (15)$$

Finalmente, o peso final de cada j-ésimo modo de uma dada subestrutura é obtido por:

$$N^j = \sqrt{\left| N_x^j \right|^2 + \left| N_y^j \right|^2 + \left| N_z^j \right|^2} \quad (16)$$

Portanto, um critério consistente é a eliminação daqueles modos de maior peso (N^j).

4. ENSAIO EXPERIMENTAL

O modelo experimental consiste de uma estrutura de alumínio construída em perfil U, cujo formato específico visa representar, aproximadamente, em escala reduzida, uma asa de avião com um tanque de combustível fixado em sua extremidade. A estrutura completa pesa cerca de 2 Kg e suas dimensões são mostradas na “Fig. 2”.

Para a aplicação do processo de síntese, a estrutura completa foi dividida em duas subestruturas. A subestrutura (1) é definida pela estrutura principal (asa) e subestrutura (2) é definida pelo quadro (tanque). A “Fig. 3” apresenta a estrutura real analisada.

Os parâmetros modais experimentais das subestruturas e estrutura completa foram identificados a partir das funções de resposta em frequência (FRF) de pontos aleatoriamente distribuídos nas subestruturas. A subestrutura (1) foi analisada através de 58 pontos discretos

e a subestrutura (2) foi analisada através de 56 pontos discretos, sendo que a união das subestruturas foi modelada com 8 coordenadas de contorno. As FRF foram obtidas através de uma análise SISO utilizando uma condição de apoio livre-livre, feita através de fios de nylon. A “Fig. 4” apresenta, esquematicamente, a montagem experimental.

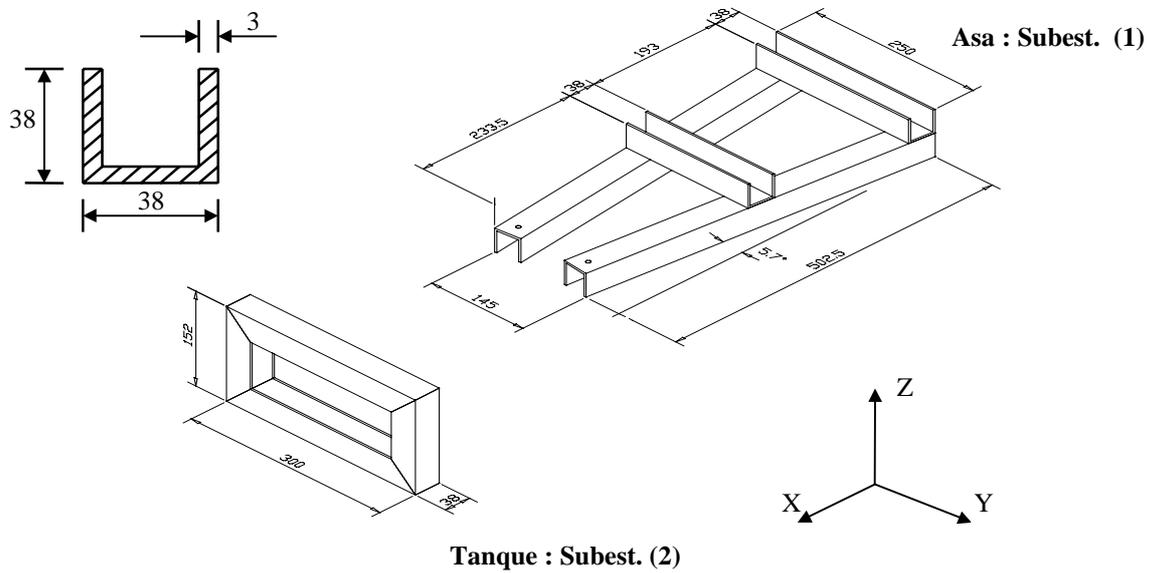


Figura 2 - Desenho da estrutura analisada.

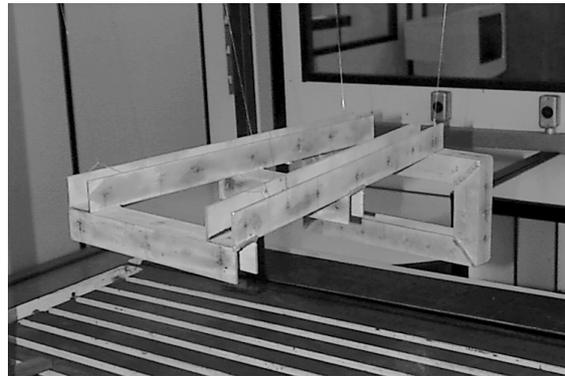


Figura 3 - Modelo real da estrutura analisada.

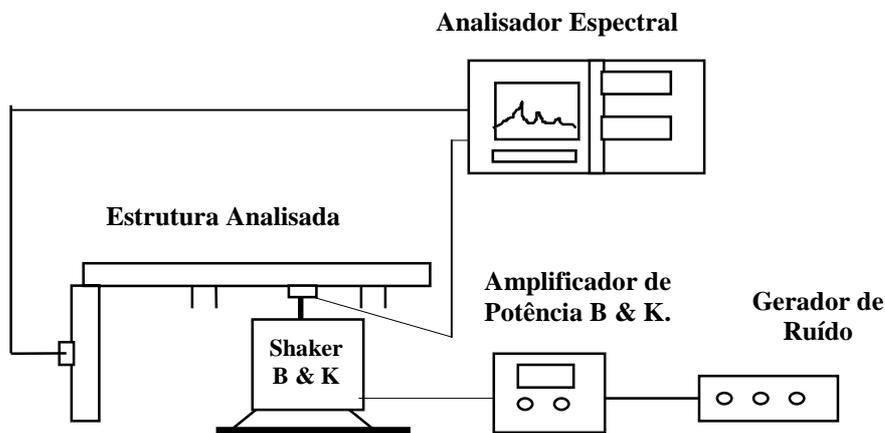


Figura 4 - Esquema da montagem experimental.

Os sinais da resposta dos sistemas à uma excitação externa foram captados através de acelerômetros piezoelétricos e a excitação externa foi feita através de um excitador eletromagnético, que fornecia um sinal de força aleatório, originada de um gerador de sinais e amplificador de potência. O sinal da excitação foi captado através de uma célula de carga da B&K posicionada entre o excitador e a estrutura analisada. Os sinais dos sensores piezoelétricos foram condicionados por amplificadores de carga B&K tipo 2635, resultando em entradas para o analisador de espectros SD 380 da Spectral Dynamics. Ajustou-se o analisador espectral para fornecer as FRF dos modelos analisados, com 30 médias, considerando um overlap de 50% nas amostras. Os fatores de calibração ajustados foram de 100 mV/N para o sistema de medição de força e 100 mV/m/s² para o sistema de medição de aceleração. Devido a utilização de excitação aleatória, utilizou-se uma janela tipo Hanning nos sinais para evitar o efeito de “Leakage” no sistema. A “Fig. 5” apresenta uma FRF experimental da estrutura completa.

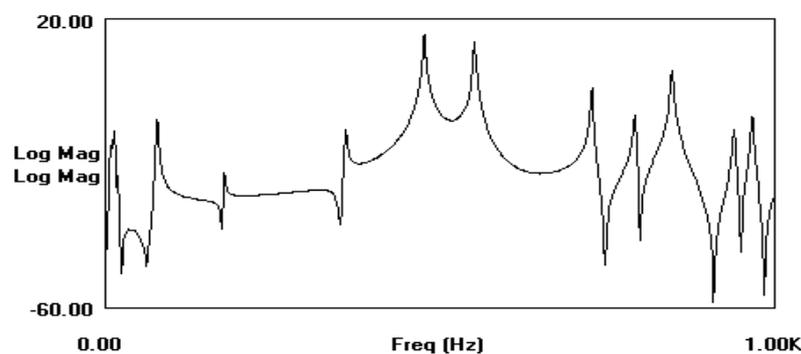


Figura 5 - Função de resposta em frequência experimental da estrutura completa.

Os autovalores e autovetores experimentais foram identificados a partir das FRF medidas, utilizando-se o programa StarModal, (SMS, 1990). A “Fig. 6” apresenta um ajuste de curva de uma FRF experimental da subestrutura (2), após a obtenção de sua base modal.

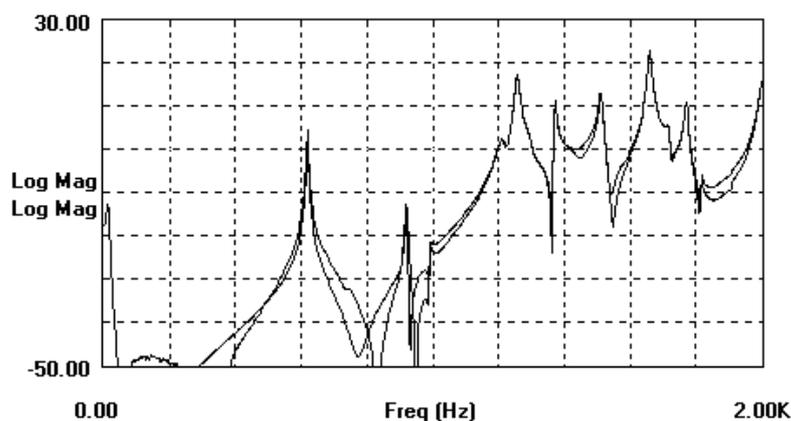


Figura 6 - Ajuste de curva de uma FRF da subestrutura (2).

A estrutura completa, a subestrutura (1) e a subestrutura (2) foram também modeladas analiticamente, utilizando-se o método dos elementos finitos, através do programa Ansys. Os modelos foram construídos utilizando-se elementos de casca com oito nós por elemento e seis graus de liberdade por nó. A subestrutura (1) foi modelada com 136 elementos, a subestrutura (2) foi modelada com 112 elementos e a estrutura completa foi modelada com 244 elementos. As dimensões do modelo analítico é idêntico ao do modelo experimental e são mostradas na “Fig. 2”. As bases modais analíticas foram obtidas utilizando-se o processo

de condensação de coordenadas, (Guyan, 1965). A “Tabela 1”, apresenta a comparação entre os frequências naturais analíticas identificadas com as respectivos frequências experimentais. Como os índices de amortecimento são baixos, utilizaram-se, para fins de comparação, somente a parte imaginária dos autovalores experimentais. Os modelos analíticos e experimentais foram avaliados através da comparação dos respectivos autovalores utilizando-se a inspeção visual entre os respectivos modos. Observa-se na “Tabela 1” que, na maioria dos casos, os autovalores identificados das subestruturas e do modelo completo, em ambas os tipos de modelagens, possuem baixos erros relativos. Portanto, com os modelos analíticos das subestruturas validados, pode-se utilizá-los para a identificação dos parâmetros dinâmicos da estrutura completa através da técnica de síntese modal.

Tabela 1. Comparação entre as frequências naturais analíticas e experimentais.

	FREQUÊNCIAS NATURAIS (Hz)								
	SUB 1			SUB 2			ESTRUTURA COMPLETA		
	EXP.	MEF	ERRO (%)	EXP.	MEF	ERRO (%)	EXP.	MEF	ERRO (%)
1	58,6	57,2	2,4	617,0	776,0	25,8	74,7	75,9	1,6
2	254,0	225,0	11,4	919,0	933,0	1,5	174,7	187,7	7,4
3	354,0	322,0	9,0	988,0	954,0	3,4	356,3	402,1	12,9
4	600,0	616,0	2,7	1210,0	1070,0	11,6	475,1	492,0	3,6
5	626,0	679,0	8,5	1250,0	1160,0	7,2	550,9	578,8	5,1
6	677,0	810,0	19,7	1370,0	1310,0	4,4	726,3	784,8	8,1
7	784,0	894,0	14,0	1510,0	1520,0	0,7	790,6	815,1	3,1
8	809,0	912,0	12,7	1660,0	1600,0	3,6	846,3	915,9	8,2
9	963,9	1030,4	6,9	1770,0	1700,0	3,9	939,7	952,4	1,4
10	964,0	1030,2	6,9	1810,0	1900,0	4,9	966,6	996,6	3,1
11	-----	1060,0	----	1990,0	2010,0	1,0	-----	1047,7	---
12	-----	1060,0	----	-----	2260,0	---	-----	1048,0	---
13	-----	1110,0	----	-----	2460,0	---	-----	1062,5	---
14	-----	1150,0	----	-----	2510,0	---	-----	1062,8	---

4.1 Síntese Modal da Estrutura Completa

As informações modais analíticas das subestruturas são armazenadas em um arquivo externo, sendo utilizadas no processo de síntese da estrutura completa, utilizando o Programa Struct, (Araújo, 1998). A “Tabela 2”, apresenta os pesos modais das subestruturas (1) e (2) e os respectivos modos que serão eliminados utilizando-se o critério de eliminação automático de modos (CEA). Neste caso, eliminaram-se 5 modos da subestrutura (1) e 8 modos da subestrutura (2), correspondendo a 27,8 % e 40% do total dos respectivos modos.

Tabela 2. Pesos relativos dos modos reais das subestruturas para o MEF.

Subest.	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
S1	56,1	56,7	52,4	56,2	51,6	284	156	51,2	51,1	50,3	56,3	213	53,3	51,7	55,0	55,2	48,5	49,6	-----	-----
S2	47,1	47,2	47,0	51,7	160	46,2	115	141	124	46,0	46,5	45,8	46,0	50,2	87,7	46,9	45,6	48,6	56,9	148
CEA	S1 : 6 - 7 - 11 - 12 - 16											S2 : 7 - 8 - 9 - 14 - 15 - 18 - 19 - 20								

A “Tabela 3”, apresenta os resultados da síntese modal do sistema, utilizando o CEA. Os traços indicados nesta tabela representam modos que não foram identificados pelo processo de síntese modal. Observa-se que foram identificados seis modos com um erro relativo inferior a 10% e nove modos com índice MAC, (Ewins, 1994), superior a 0,6. Estes resultados representam cerca de 35% e 53% do total de modos do sistema completo, respectivamente. Dentre os modos identificados, os três primeiros representam os modos de

corpo rígido do sistema. Estes valores estão dentro de faixas usuais de identificação obtidos pela técnica de síntese modal (Duarte, 1993). Para o modelo estudado, não são apresentados os fatores de amortecimento, uma vez que estes são de pequeno valor e podem ser desprezados na análise.

Tabela 3. Resultados da síntese modal utilizando o CEA.

NÚMERO	Frequências naturais do sistema (Hz)	Frequências naturais sintetizadas (Hz)	ERRO RELATIVO (%)	MAC
1	0,06	0,07	24,5	0,38
2	0,07	0,05	31,7	0,88
3	0,13	0,14	3,9	0,86
4	75,9	23,2	69,4	0,91
5	187,7	156,3	16,7	0,60
6	402,1	-----	-----	-----
7	492,0	369,5	24,9	0,89
8	578,8	-----	-----	-----
9	784,8	682,1	13,1	0,50
10	815,1	-----	-----	-----
11	915,9	-----	-----	-----
12	952,4	865,4	9,2	0,60
13	996,6	-----	-----	-----
14	1047,7	1028,1	1,9	0,84
15	1048,0	1007,2	3,9	0,60
16	1062,5	-----	-----	-----
17	1062,8	1058,6	,40	0,83
VALORES MÉDIOS			18,2	0,71

5. CONCLUSÕES

O trabalho apresenta o método generalizado de síntese modal para sistemas com amortecimento geral utilizando um superconjunto modal de flexibilidade residual. O critério de remontagem das subestruturas mostrou-se eficiente, convergindo, na maioria dos casos, para resultados satisfatórios. A indicação dos modos que devem ser selecionados ou não selecionados das subestruturas, é um fator decisivo para a obtenção de precisão na síntese final. Verificou-se, através do modelo experimental, que o critério proposto é uma das possibilidades de escolha das bases modais apropriadas que poderiam ser utilizadas no processo de síntese, não descartando, porém, a possibilidade de existência de outras bases modais que também poderiam levar a resultados satisfatórios.

A aplicação de dados puramente experimentais na técnica de síntese modal ainda deve ser avaliada, pois os inerentes erros gerados devido a ruídos, não-linearidades, montagem experimental ineficiente e ajustes de curvas ruins ocasionam a identificação de bases modais não ortogonais. Além disso, existe ainda o inconveniente de um processo de normalização dos modos pela matriz de massa unitária. Um critério mais consistente de pesagem modal pode ser obtido utilizando um fator de participação modal avaliado por bandas de frequência.

6. REFERÊNCIAS

- Araújo, C. A. e Kurka, P. R. G., 1995, Dynamical Modeling Through Time domain Identification and Substructuring Techniques, Anais do DINAME 95, VI Symposium on Dynamic Problems of Mechanics, ABCM, pp. 6 – 8, Caxambu.
- Araújo, C. A., 1998, Modelagem de Sistemas Dinâmicos Através da Síntese Modal de Componentes, Doctoral Thesis, Universidade Estadual de Campinas, Campinas, SP, Brasil.
- Arruda, J. R. F. and Santos, J. M. C., 1993, Experimental Estimation of Mechanical Joint

- Parameters Using Frequency Response Functions and Modal Parameters, 11 th. Int. Conf. on Modal Analysis IMAC, pp. 1502-1507.
- Craig, Jr., R. R., 1987, A Review of Time-Domain and Frequency-Domain Component Mode Synthesis Methods, J. of Modal Analysis, pp. 59-72.
- Craig Jr., R. R., 1981, Structural dynamics - An introduction to computer methods, J. Wiley, New York.
- Duarte, M. A. V., 1994, Ajuste de Modelos de Dinâmicos de Estruturas com Não Linearidades Concentradas, Doctoral Thesis, Universidade Estadual de Campinas, Campinas, SP, Brasil.
- Ewins, D. J., 1994, Modal Testing: Theory and Practice, J. Wiley, New York.
- Glasgow, D. A. & Nelson, H. D., 1980, Stability analysis of rotor-bearing systems using component mode synthesis, Journal of Mechanical Design, v. 102, pp. 352-359.
- Guyan, R. J., 1965, Reduction of stiffness and mass matrices. AIAA J., v. 2, n. 3, pp. 380.
- Hasselmann, T. K. & Kaplan, A., 1974, Dynamic analysis of large systems by complex mode synthesis, Journal of Dynamic Systems, Measurements and Control, Sept., pp. 307-333.
- Hurty, W. C., 1965, Dynamic Analysis of Structural Systems Using Component Modes, AIAA J., vol. 3, n. 4, pp. 678 - 685.
- Kreyszig, E., 1993, Advanced Engineering Mathematics, J. Wiley, 7a. ed., New York.
- Kurka, P. R. G. and Araújo, C. A., 1998, Practical application of a selection criteria for constructing the superset of residual flexibility modes used in modal synthesis method, ISMA 23, Internatinal Conference on Noise and Vibration Engineering, Sept., Katholieke Universiteit Leuven, Belgium, pp. 16-18.
- Macneal, R. H., 1971, A Hibrid Method of Component Mode Synthesis. Computers & Struct., vol. 1, n. 4, pp. 581-601.
- Martim, K. F. and Ghilaim, K. M., 1984, System prediction using damped component modes, Proc. Int. Mech. Engrs., March, vol. 198C, n. 16, pp. 261-268.
- Programa StarModal, Jan. 1990 - Theory and Applications. Structural Measurement Systems.
- Rubin, S., 1975, Improved Component Mode Representation for Structural Dynamic Analysis, AIAA J., vol. 13, n. 8, pp. 995-1006.
- Santos, J. M. C., 1993, Ajuste de Modelos de Estruturas Acopladas por Juntas Mecânicas Usando Funções de Resposta em Frequência e Síntese Modal de Componentes, Doctoral Thesis, Universidade Estadual de Campinas, Campinas, SP, Brasil.

COMPLEX MODES SELECTION CRITERIA APPLIED TO THE GENERALIZED MODAL SYNTHESIS METHOD – PART II : EXPERIMENTAL TESTING

Abstracts. In the modal synthesis methods, the quantitative and qualitative indication of substructures modes that are inside the analysis range is very important to the identification process. Since the process is made arbitrarily by the user, some modes of a substructure can be chosen unsuitable. In a previous work, the authors developed a technique of generalized modal synthesis applied to non conservative systems, using a residual flexibility modal superset. This method is used more frequently for experimental analysis and utilize a optimized process of reassembling of substructures. Moreover, a complex modes elimination criterion was proposed in order to choose a modal base suitable for the synthesis process. These techniques were first evaluate by a numerical example. In this work each method previously developed is summarized, and evaluated using an experimental model, composed of structural elements, simulating, in a reduced scale, a schematic model of a wing+fuel tank mock-up structure.

keywords: *Modal synthesis, Modal superset, Residual flexibility, Identification, Experimental Analysis.*